



## Dispensa del corso di Informatica

### Operazioni aritmetiche in base 2

Il sistema in base 2 ha solo due cifre: 0 e 1. Con due cifre è possibile rappresentare tutti i numeri.

In qualsiasi sistema di numerazione (base 10, base 2, base 8, ecc..) è anche possibile effettuare le consuete operazioni aritmetiche come la somma, la differenza, la moltiplicazione e la divisione.

In base 10 la somma che il prodotto prevedono molte combinazioni di cifre elementari da calcolare. Occorre quindi ricordare a memoria le somme ad una cifra (es. 6+7) e i prodotti a una cifra (es. 7\*8). Cambiando base il concetto e il procedimento di calcolo restano gli stessi, ma varia il numero di cifre su cui operare. È evidente che se il sistema ha molte cifre (es. sessagesimale) occorre ricordare molte combinazioni di operazioni base (circa 3600), ma se la base è piccola (es. binario) il numero di operazioni base si riduce.

#### La somma

Addizionare due numeri binari è piuttosto semplice. Poiché il sistema ha solo due cifre è sufficiente analizzare 4 operazioni base e poi estendere il procedimento per numeri a molte cifre. Iniziamo col considerare le somme elementari che sono solo le seguenti:

	<b>Nota</b>	$\begin{array}{r} 0 + \\ 0 = \\ \hline 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 0 + \\ 1 = \\ \hline 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1 + \\ 0 = \\ \hline 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1 + \\ 1 = \\ \hline 10 \end{array}$
--	-------------	-------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------

è interessante notare che in un solo caso si ha un "riporto" ovvero una cifra che si somma a quella più significativa.

Il procedimento per sommare numeri composti da molte cifre segue quello studiato nelle scuole elementari che era stato applicato ai numeri decimali; si inizia col sommare le cifre meno significative, scrivere la cifra meno significativa del risultato e eventualmente riportare un 1 nella somma delle cifre successive. Il procedimento, quindi, va da destra verso sinistra. Per esempio:

	<b>Nota</b>	$\begin{array}{r} 10 + \\ 1 = \\ \hline 11 \end{array}$	$\begin{array}{r} 100 + \\ 1 = \\ \hline 101 \end{array}$	$\begin{array}{r} 110 + \\ 10 = \\ \hline 1000 \end{array}$	$\begin{array}{r} 11 + \\ 11 = \\ \hline 110 \end{array}$
--	-------------	---------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------

un errore comune è quello di utilizzare cifre che non esistono nel sistema di numerazione utilizzato; per esempio la cifra 2 non è presente nel sistema binario per cui è scorretto scrivere la seguente somma:

$\begin{array}{r} 101 + \\ 1 = \\ \hline 102 \end{array}$	
-----------------------------------------------------------	--

che invece deve essere scritta come segue:

$\begin{array}{r} 101 + \\ 1 = \\ \hline 110 \end{array}$	
-----------------------------------------------------------	--

#### Esercizi

	<b>Esercizio:</b> Svolgere le seguenti somme in binario:
	$\begin{array}{r} 1010 + \\ 101 = \\ \hline \end{array}$
	$\begin{array}{r} 1011 + \\ 101 = \\ \hline \end{array}$
	$\begin{array}{r} 1010 + \\ 111 = \\ \hline \end{array}$
	$\begin{array}{r} 1010 + \\ 1010 = \\ \hline \end{array}$

#### Il prodotto

Moltiplicare due numeri binari è analogamente abbastanza semplice. Poiché il sistema ha solo due cifre è sufficiente analizzare 4 prodotti base e poi estendere il procedimento per numeri a molte cifre. Iniziamo col considerare i casi dei prodotti elementari che sono solo i seguenti:

	<b>Nota</b>	$\begin{array}{r} 0 * \\ 0 = \\ \hline 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 0 * \\ 1 = \\ \hline 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1 * \\ 0 = \\ \hline 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1 * \\ 1 = \\ \hline 1 \end{array}$
--	-------------	-------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------

e come si vede il prodotto di qualsiasi numero per zero rende zero; quindi solo il prodotto 1x1 rende 1.



Il procedimento per moltiplicare numeri composti da molte cifre è identico quello studiato nelle scuole elementari analogamente alla somma; si inizia col prodotto del primo numero con l'ultima cifra del secondo numero; si prosegue con la seconda cifra meno significativa e così via e si scrivono i successivi prodotti spostati di un posto verso sinistra. Infine si sommano tutti i numeri ottenuti.

**Esempio:**

$\begin{array}{r} 11 * \\ 10 = \\ \hline 00 \\ 11 = \\ \hline 110 \end{array}$	$\begin{array}{r} 111 * \\ 10 = \\ \hline 000 \\ 111 = \\ \hline 1110 \end{array}$	$\begin{array}{r} 101 * \\ 101 = \\ \hline 101 \\ 000 \\ \hline 101 \\ 101 = \\ \hline 11001 \end{array}$	$\begin{array}{r} 111 * \\ 111 = \\ \hline 111 \\ 111 \\ \hline 111 \\ 111 = \\ \hline 110001 \end{array}$
--------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------

**Esercizi**

**Esercizi:** Svolgere le seguenti moltiplicazioni in binario:

$\begin{array}{r} 1010 * \\ 101 = \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 1010 * \\ 1010 = \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 1011 * \\ 101 = \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 1010 * \\ 111 = \\ \hline \end{array}$
----------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------

**Operazioni aritmetiche in base 8 (ottale)**

**La somma**

Il sistema in base 8 ha solo otto cifre, da 0 a 7. Il procedimento per sommare numeri ottali è analogo a quanto visto per i numeri binari solo che abbiamo molte più cifre. Per analizzare tutti i casi possibili possiamo servirci di una tavola delle addizioni (simile alla tavola pitagorica):

**Nota**

+	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	1	2	3	4	5	6	7
1		2	3	4	5	6	7	10
2			4	5	6	7	10	11
3				6	7	10	11	12
4					10	11	12	13
5						12	13	14
6							14	15
7								16

Nella tavola si può osservare che la somma 4+4 rende 10 base 8 (che vale otto nel sistema decimale). Il procedimento per sommare numeri composti da molte cifre è analogo a quello del sistema binario:

**Esempio:**

$\begin{array}{r} 53 + \\ 7 = \\ \hline 62 \end{array}$	$\begin{array}{r} 73 + \\ 6 = \\ \hline 101 \end{array}$	$\begin{array}{r} 744 + \\ 35 = \\ \hline 1001 \end{array}$	$\begin{array}{r} 347 + \\ 65 = \\ \hline 434 \end{array}$
---------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------

Un errore comune è quello di utilizzare cifre che non esistono nel sistema di numerazione utilizzato; per esempio la cifra **8** non è presente nel sistema **ottale** per cui è scorretto scrivere la seguente somma:

$$\begin{array}{r} 105 + \\ 3 = \\ \hline 108 \end{array}$$
✗

che invece deve essere scritta come segue:

$$\begin{array}{r} 105 + \\ 3 = \\ \hline 110 \end{array}$$
✓

**Esercizi**

**Esercizi:** Svolgere le seguenti somme in ottale:

$\begin{array}{r} 17 + \\ 1 = \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 77 + \\ 1 = \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 65 + \\ 14 = \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 765 + \\ 234 = \\ \hline \end{array}$
------------------------------------------------------	------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------

**Il prodotto**

Iniziamo col considerare i casi dei prodotto elementari che sono solo i seguenti:





Nella tavola si può osservare che la somma 6+A rende 10 base 16 (che vale sedici nel sistema esadecimale). Il procedimento per sommare numeri composti da molte cifre è analogo a quello del sistema binario:

**Esempio:**

$\begin{array}{r} 25 + \\ 5 = \\ \hline 2A \end{array}$	$\begin{array}{r} F6 + \\ C = \\ \hline 102 \end{array}$	$\begin{array}{r} FDE + \\ C5 = \\ \hline 10A3 \end{array}$	$\begin{array}{r} BAC1A + \\ AC1DA = \\ \hline 166DF4 \end{array}$
---------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------

**Esercizi**

**Esercizi:** Svolgere le seguenti somme in esadecimale:

$\begin{array}{r} A7 + \\ 1 = \end{array}$	$\begin{array}{r} A7 + \\ A = \end{array}$	$\begin{array}{r} BEA + \\ ADA = \end{array}$	$\begin{array}{r} 1C0 + \\ ADA = \end{array}$
--------------------------------------------	--------------------------------------------	-----------------------------------------------	-----------------------------------------------

**Esercizi:** Svolgere le seguenti somme in esadecimale:

$\begin{array}{r} FEDE + \\ C1A0 = \end{array}$	$\begin{array}{r} AFA + \\ BAFF0 = \end{array}$	$\begin{array}{r} F1FA + \\ C1ECA = \end{array}$	$\begin{array}{r} CACCA + \\ FA1DA = \end{array}$
-------------------------------------------------	-------------------------------------------------	--------------------------------------------------	---------------------------------------------------

**Il prodotto**

Moltiplicare due numeri esadecimali è analogo al prodotto decimale, ma il sistema ha 16 cifre. Iniziamo col considerare i casi dei prodotto elementari che sono i seguenti:

**Nota**

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1		1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
2			4	6	8	A	C	E	10	12	14	16	18	1A	1C	1E
3				9	C	F	12	15	18	1B	1E	21	24	27	2A	2D
4					10	14	18	1C	20	24	28	2C	30	34	38	3C
5						19	1E	23	28	2D	32	37	3C	41	46	4B
6							24	2A	30	36	3C	42	48	4E	54	5A
7								31	38	3F	46	4D	54	5B	62	69
8									40	48	50	58	60	68	70	78
9										51	5A	63	6C	75	7E	87
A											64	6E	78	82	8C	96
B												79	84	8F	9A	A5
C													90	9A	8B	B4
D														A9	B6	C3
E															C4	D2
F																E1

Nella tavola si può osservare che il prodotto C \* 8 rende 60 base 16 (che vale 96 nel sistema decimale). Il procedimento per moltiplicare numeri composti da molte cifre è analogo ai precedenti:

**Esempio:**

$\begin{array}{r} 25 * \\ 5 = \\ \hline B9 \end{array}$	$\begin{array}{r} F6 * \\ C = \\ \hline B88 \end{array}$	$\begin{array}{r} FEDE * \\ D10 = \\ \hline 0000 \\ FEDE \\ CF146 \\ \hline D0133E0 \end{array}$	$\begin{array}{r} ADA + \\ C1A0 = \\ \hline 000 \\ 6C84 \\ ADA \\ \hline 8238 \\ \hline 8352240 \end{array}$
---------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------

**Esercizi**

**Esercizi:** Svolgere le seguenti moltiplicazioni in esadecimale:

$\begin{array}{r} AC * \\ 10 = \end{array}$	$\begin{array}{r} AC * \\ A0 = \end{array}$	$\begin{array}{r} C1C0 * \\ B10 = \end{array}$	$\begin{array}{r} B0CCA * \\ B0A = \end{array}$
---------------------------------------------	---------------------------------------------	------------------------------------------------	-------------------------------------------------

**Esercizi:** Svolgere le seguenti moltiplicazioni in esadecimale:

$\begin{array}{r} CAD0DAB1C1 * \\ A1A = \end{array}$	$\begin{array}{r} FOCA * \\ B01A = \end{array}$	$\begin{array}{r} F1FA * \\ C1ECA = \end{array}$	$\begin{array}{r} BABBO * \\ BAFF0 = \end{array}$
------------------------------------------------------	-------------------------------------------------	--------------------------------------------------	---------------------------------------------------



## Esercizi di riepilogo

 <b>1° Esercizio</b> Rispondi alle seguenti domande, barrando la casella corretta corrispondente alla risposta corretta.			
1) Quale dei seguenti numeri è <b>non</b> scritto in base ottale?	<input type="checkbox"/> 1000 <input type="checkbox"/> 7 <input type="checkbox"/> A0 <input type="checkbox"/> nessuna delle precedenti		
2) Quale dei seguenti numeri è <b>non</b> scritto in base esadecimale?	<input type="checkbox"/> 10000 <input type="checkbox"/> 7 <input type="checkbox"/> A0 <input type="checkbox"/> nessuna delle precedenti		
3) Quale dei seguenti numeri è <b>non</b> scritto in base esadecimale?	<input type="checkbox"/> ABAC0 <input type="checkbox"/> BACCA <input type="checkbox"/> AMACA <input type="checkbox"/> nessuna delle precedenti		
4) Quale dei seguenti BINARI è il maggiore?	<input type="checkbox"/> 1101 <input type="checkbox"/> 1001 <input type="checkbox"/> 1010 <input type="checkbox"/> 1100		
5) Quale dei seguenti OTTALI è il maggiore?	<input type="checkbox"/> 117 <input type="checkbox"/> 171 <input type="checkbox"/> 701 <input type="checkbox"/> 707		
6) Quale dei seguenti ESADECIMALI è il maggiore?	<input type="checkbox"/> 1007 <input type="checkbox"/> 100A <input type="checkbox"/> A007 <input type="checkbox"/> A00A		
7) Se converto il seguente numero esadecimale in <b>ottale</b> cosa ottengo? <b>COCC10</b>	<input type="checkbox"/> 91208852 <input type="checkbox"/> 60146020 <input type="checkbox"/> 10010001 <input type="checkbox"/> ABBA1A		
8) Se converto il seguente numero esadecimale in <b>binario</b> cosa ottengo? <b>AB</b>	<input type="checkbox"/> 10101011 <input type="checkbox"/> 11110000 <input type="checkbox"/> 1011 <input type="checkbox"/> AB000000		
 <b>2° Esercizio</b> Svolgi le seguenti somme in binario:			
$\begin{array}{r} 1111 + \\ \underline{111} = \end{array}$	$\begin{array}{r} 101010 + \\ \underline{111111} = \end{array}$	$\begin{array}{r} 101110 + \\ \underline{111111} = \end{array}$	$\begin{array}{r} 111011 + \\ \underline{111111} = \end{array}$
 <b>3° Esercizio</b> Svolgi le seguenti somme in ottale:			
$\begin{array}{r} 6147 + \\ \underline{742} = \end{array}$	$\begin{array}{r} 14 + \\ \underline{14} = \end{array}$	$\begin{array}{r} 44 + \\ \underline{44} = \end{array}$	$\begin{array}{r} 724 + \\ \underline{664} = \end{array}$
 <b>4° Esercizio</b> Svolgi le seguenti somme in esadecimale:			
$\begin{array}{r} A10 + \\ \underline{B10} = \end{array}$	$\begin{array}{r} CA10 + \\ \underline{BA10} = \end{array}$	$\begin{array}{r} CA50 + \\ \underline{BEC0} = \end{array}$	$\begin{array}{r} C0C0 + \\ \underline{CACA} = \end{array}$
 <b>5° Esercizio</b> Svolgi i seguenti prodotti in binario:			
$\begin{array}{r} 1111 \times \\ \underline{111} = \end{array}$	$\begin{array}{r} 101010 \times \\ \underline{111111} = \end{array}$	$\begin{array}{r} 101110 \times \\ \underline{111111} = \end{array}$	$\begin{array}{r} 111011 \times \\ \underline{111111} = \end{array}$
 <b>6° Esercizio</b> Svolgi i seguenti prodotti in ottale:			
$\begin{array}{r} 6147 \times \\ \underline{742} = \end{array}$	$\begin{array}{r} 14 \times \\ \underline{14} = \end{array}$	$\begin{array}{r} 44 \times \\ \underline{44} = \end{array}$	$\begin{array}{r} 724 \times \\ \underline{664} = \end{array}$