



Dispensa del corso di Informatica

Il sistema numerico esadecimale

Una grande Base

Da base 10 a base 16

Nella precedente dispensa abbiamo visto come sia possibile rappresentare i numeri con otto cifre, mediante il sistema denominato esadecimale. Poiché è possibile usare qualsiasi numero intero maggiore di 1 per rappresentare i numeri, oltre al sistema esadecimale vediamo come sia possibile sfruttare il sistema in base 16. Il sistema in base 16 è analogo ai due precedenti già visti.



Definizione

Il sistema in base 16 è detto esadecimale.

Il sistema esadecimale ha sedici cifre: dallo zero fino al quindici.

Poiché non è possibile usare 16 segni grafici normalmente usati come cifre, è necessario usare dei simboli speciali per le cifre che indicano i numeri dal 10 al 15. Per consuetudine si usano le prime lettere dell'alfabeto occidentale (anglosassone).

Le cifre del sistema esadecimale sono perciò le seguenti:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

Il sistema esadecimale usa le potenze di sedici invece che di dieci.



Esempio

- La cifra 9 esadecimale vale esattamente 9 del sistema decimale
- La cifra A esadecimale vale esattamente 10 del sistema decimale; quindi basta una cifra esadecimale per rappresentare un numero che richiede due cifre nel sistema decimale; il motivo è che la base è più grande!
- La cifra F esadecimale vale esattamente 15 del sistema decimale; anche in questo caso con una sola cifra esadecimale si può rappresentare un numero che richiede due cifre nel sistema decimale; il motivo è che la base è più grande!



Esempio

- Il numero XA NON può appartenere al sistema esadecimale, poiché esso non prevede la cifra X
- Il numero 7C4F è un numero che può appartenere al sistema esadecimale
- Il numero si scrive correttamente indicando la base nel pedice: **7C4F₁₆**
- Il valore del numero potrebbe essere scritto nel seguente modo:

7	C	4	F	=	7	C	4	F	=	7	C	4	F
					16 ³	16 ²	16 ¹	16 ⁰		4096	256	16	1

Quindi il numero 7C4F₁₆ vale :

$$7C4F_{16} = 7 \times 16^3 + C \times 16^2 + 4 \times 16^1 + F \times 16^0 = 7 \times 16^3 + 12 \times 16^2 + 4 \times 16^1 + 15 \times 16^0 =$$

$$= 7 \times 4096 + 12 \times 256 + 4 \times 16 + 15 \times 1 = 28672 + 3072 + 64 + 15 = 31823 \text{ decimale}$$



Esercizi

Convertire il numero esadecimale A02D in decimale



Esercizi

Convertire il numero esadecimale BAC0 in decimale



Conversione da base 16 a base 10

In modo analogo alla base due è possibile convertire un numero esadecimale in numero decimale. Si devono considerare le cifre esadecimale a partire dalla meno significativa (quella più a destra) e moltiplicarle per le potenze di sedici a iniziare dalla potenza 16^0 (che vale 1).



Nota

Si deve osservare che qualsiasi numero positivo elevato zero rende sempre 1.
Le prime potenze di **16** sono:

$16^0 = 1$	$16^4 = 65536$	$16^8 = 4294967296$
$16^1 = 16$	$16^5 = 1048576$	$16^9 = 68719476736$
$16^2 = 256$	$16^6 = 16777216$	$16^{10} = 1099511627776$
$16^3 = 4096$	$16^7 = 268435456$	ecc ...

Nota: queste potenze NON vanno imparate a memoria. Solo quelle della prima colonna possono essere richieste nelle verifiche scritte. Vediamo alcuni esempi di come usare la conversione:



Conversione:

$$101_{16} = 1 \times 16^2 + 0 \times 16^1 + 1 \times 16^0 = 1 \times 256 + 0 \times 16 + 1 \times 1 = 256 + 0 + 1 = 257 \text{ decimale}$$



Conversione:

$$217_{16} = 2 \times 16^2 + 1 \times 16^1 + 7 \times 16^0 = 2 \times 256 + 1 \times 16 + 7 \times 1 = 512 + 16 + 7 = 535 \text{ decimale}$$



Conversione:

$$3A0_{16} = 3 \times 16^2 + 10 \times 16^1 + 0 \times 16^0 = 3 \times 256 + 10 \times 16 + 0 \times 1 = 768 + 160 + 0 = 928 \text{ decimale}$$



Conversione:

$$1000_{16} = 1 \times 16^3 + 0 \times 16^2 + 0 \times 16^1 + 0 \times 16^0 = 1 \times 4096 + 0 \times 512 + 0 \times 16 + 0 \times 1 = 4096 \text{ decimale}$$



Conversione:

$$\begin{aligned} ACAC1A_{16} &= A \times 16^5 + C \times 16^4 + A \times 16^3 + C \times 16^2 + 1 \times 16^1 + A \times 16^0 = \\ &= 10 \times 1048576 + 12 \times 65536 + 10 \times 4096 + 12 \times 256 + 1 \times 16 + 10 \times 1 = \\ &= 10485760 + 786432 + 40960 + 3072 + 16 + 10 = \mathbf{11316250}_{10} \text{ decimale} \end{aligned}$$

Conversione da base 10 a base 16

Il problema inverso a quello precedente riguarda il procedimento di conversione da un numero decimale nel numero esadecimale equivalente.

Il procedimento è analogo alla conversione da decimale in binario, salvo che sfrutta una ripetizione della divisione per il numero 16 raccogliendo i resti delle divisioni. Si divide il numero decimale per 16 ripetutamente finché il risultato non è 0 e si prendono i resti delle divisioni in ordine inverso.

Tuttavia occorre fare **attenzione** ai resti che si raccolgono nelle varie divisioni. Infatti la divisione per 16 ammette resti compresi tra lo zero ed il quindici. Quando si trascrive il resto è necessario perciò fare riferimento alle cifre ammesse dal sistema esadecimale. Se per esempio uno dei resti fosse 10 allora in realtà andrebbe considerato come la cifra A, analogamente 11 va trascritto come B e così via fino al resto di 15 che deve essere trascritto come F. Conviene quindi annotare sotto i resti la cifra (segno) equivalente nel sistema esadecimale.



Esempio

- Si vuole convertire il numero 989882 decimale nel suo equivalente esadecimale:

989882	16				
10	61867	16			
A	11	3866	16		
	B	10	241	16	
	A	1	15	16	
		1	15	0	
			F		→ F1ABA

- Il numero 989882₁₀ si scrive F1ABA₁₆ in esadecimale

Come controprova è possibile convertire il numero esadecimale ottenuto di nuovo in decimale

$$\begin{aligned}
 F1ABA &= F \cdot 16^4 + 1 \cdot 16^3 + A \cdot 16^2 + B \cdot 16^1 + A \cdot 16^0 = \\
 &= 15 \cdot 65536 + 1 \cdot 4096 + 10 \cdot 256 + 11 \cdot 16 + 10 \cdot 1 = 983040 + 4096 + 2560 + 176 + 10 = \\
 &= \mathbf{989882} \qquad \qquad \qquad \mathbf{EVVIVA!}
 \end{aligned}$$



Esercizi

- 1) Convertire il numero esadecimale 10 in decimale
- 2) Convertire il numero esadecimale 21 in decimale
- 3) Convertire il numero esadecimale A0 in decimale
- 4) Convertire il numero esadecimale FA in decimale
- 5) Convertire il numero esadecimale ADA in decimale
- 6) Convertire il numero esadecimale B0A in decimale
- 7) Convertire il numero esadecimale FEA in decimale
- 8) Convertire il numero decimale 10 in esadecimale
- 9) Convertire il numero decimale 17 in esadecimale
- 10) Convertire il numero decimale 33 in esadecimale
- 11) Convertire il numero decimale 176 in esadecimale
- 12) Convertire il numero decimale 2810 in esadecimale
- 13) Convertire il numero decimale 44234 in esadecimale
- 14) Convertire il numero decimale 830480 in esadecimale